

НЕСТАЦИОНАРНОСТЬ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАПИЛЛЯРАХ

А.А. Велижанин¹, О.А. Симонов^{2,3}
¹ Институт криосферы Земли СО РАН, г.Тюмень,
e-mail: artem.velizhanin@mail.ru
² Тюменский государственный университет
³ Тюменский научный центр СО РАН

Введение

Микрофлюидика – быстро развивающаяся область современной науки, возникшая в связи с миниатюризацией новых систем и технологий и изучающая течение жидкости в микроканалах. Несмотря на большое количество работ по данной тематике и кажущуюся хрестоматийность задачи, многие явления микрофлюидики пока не изучены. Даже исследования движения ньютоновских жидкостей через цилиндрический капилляр малого поперечного сечения показывают значительное расхождение экспериментальных данных и теоретических предсказаний [1–3]. При многофазном движении флюидов в микроканалах структуру потока начинают определять особенности, связанные с присутствием гравитационных сил, взаимодействием поверхности канала и флюидов, взаимодействием на межфазных границах, что может кардинально изменить течение жидкости [4]. Течения в микромасштабе кардинально отличаются от течений в обычном масштабе, и общепринятые теоретические подходы для описания таких явлений не применимы [1]. Во многих случаях нет даже качественной картины, описывающей многофазные течения в микроканалах, в связи с чем практически все исследователи отмечают необходимость накопления и анализа экспериментального материала [1, 2].

В случае стационарного течения несжимаемой, ньютоновской жидкости уравнения гидродинамики для течения в цилиндрической трубе имеют аналитическое решение, известное как «течение Пуазейля». Скорость потока в трубе (профиль скорости Пуазейля) изменяется по параболическому закону:

$$v = v_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right), \quad (1)$$

где r – радиальная координата, R – радиус трубы и v_{\max} – максимальная скорость потока.

Максимальная скорость в течении Пуазейля вычисляется по формуле:

$$v_{\max} = \left(\frac{R^2}{4\mu} \right) \cdot \left(\frac{dp}{dx} \right), \quad (2)$$

где μ – вязкость жидкости, x – продольная координата, p – давление.

Средняя скорость и расход жидкости рассчитываются как

$$\bar{v} = \frac{v_{\max}}{2}, \quad (3)$$

$$Q = \pi R^2 \bar{v}. \quad (4)$$

Используя эти соотношения, можно найти перепад давления в течении Пуазейля на длине трубы L :

$$\Delta p = \frac{8\mu L Q}{\pi R^2}. \quad (5)$$

С использованием определения фактора f трения Дарси, связывающего потерю давления со средней скоростью течения, можем записать:

$$\Delta p = \frac{f \rho L \bar{v}^2}{(4R)}. \quad (6)$$

$$f = \frac{2D \Delta P}{\rho L \bar{v}^2}. \quad (7)$$

Вводя безразмерный параметр – число Рейнольдса (характеризует соотношение инерционных и вязких сил)

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu}, \quad (8)$$

где D – диаметр трубы, получаем взаимосвязь между фактором трения Дарси и числом Рейнольдса:

$$f = \frac{64}{\mathbf{Re}}, \quad \text{или} \quad f \cdot \mathbf{Re} = 64. \quad (9)$$

Для каналов различных форм, в случае ламинарного течения, произведение $f \cdot \mathbf{Re}$ зависит от формы канала, характеризуемой безразмерным коэффициентом α , который определяется как отношение высоты к ширине канала (или наоборот) и изменяется в пределах от 0 до 1. Для расчета зависимости произведения $f \cdot \mathbf{Re}$ от α используются различные методы и приближения, в частности полиномиальное приближение [6]:

$$f \cdot \mathbf{Re} = 24 (1 - 1,3553 \alpha + 1,9467 \alpha^2 - 1,7012 \alpha^3 + 0,9564 \alpha^4 - 0,2537 \alpha^5) \quad (10)$$

Для сравнения экспериментальных и теоретических данных часто используют нормализованную константу трения (normalized friction constant) C^* , которую определяют как

$$C^* = \frac{(f \cdot Re)_{\text{experimental}}}{(f \cdot Re)_{\text{theoretical}}} . \quad (11)$$

В случае полного совпадения теоретических и экспериментальных результатов $C^* = 1$. В целях сравнения данных различных авторов результаты исследований принято представлять в виде зависимости C^* от числа Re . Типичная такая зависимость [2] представлена на рис. 1.

Несмотря на то, что данные различных исследователей группируются в области теоретически предсказанных величин, полного совпадения с теорией в большинстве случаев не достигается, более того, разброс данных настолько значителен, что не может быть объяснен ошибками измерений. По мнению авторов обзора [2], в каждом эксперименте имеется тот или иной фактор, который не контролировался или не учитывался. К таким факторам можно отнести: неучтенные свойства жидкости, нелинейность размеров микроканалов и особенности их строения, особенности экспериментальной установки, термальные эффекты и электрокинетические явления. В связи с этим появляются работы, анализирующие влияние какого-либо фактора на структуру течения, проводятся точные измерения характеристик потока с использованием современных средств диагностики. Так, в [8, 9] исследуется влияние шероховатости стенки, а в [7] с использованием микро-PIV-метода измеряются поля скоростей в изогнутом канале. Но накопленного экспериментального материала не достаточно для того, чтобы создать более общую физическую модель и предсказать, в каждом конкретном случае, какое из явлений микрофлюидики будет оказывать определяющее влияние на структуру течения.

Экспериментальная установка

Для исследования течения жидкости в капиллярах собрана экспериментальная установка с автоматической регистрацией параметров течения (перепад давления, расход и температура) и возможностью фото- и видеосъемки процесса. Схематически установка изображена на рис. 2.

Капилляр, в котором изучалось течение, был установлен горизонтально на массивном основании между двумя сообщающимися сосудами (подающем и приемном). Использо-

зовались два стеклянных цилиндрических капилляра с параметрами: 1) внутренний диаметр 0,7 мм, наружный диаметр 1,9 мм, длина 250 мм; 2) внутренний диаметр 1,25 мм, наружный диаметр 6,4 мм, длина 280 мм.

Флюиды попадают в капилляр из подающих сосудов, закрепленных на координатном устройстве, с помощью которого можно регулировать и фиксировать напор. Принимающий сосуд расположен на весах AND (модель HR-200) с точностью измерения 0,0001 г. Гидравлическая система установки собрана из трубок диаметром 3,2 мм, изготовленных из полимерного материала. На каждом участке соединительных трубок установлены краны-зажимы, позволяющие перекрывать поток жидкости. Соединение деталей устройства выдерживает избыточное давление 40 кПа.

Изменение температуры жидкости и внешней среды фиксирует высокоомный бусиновый терморезистор (типа СТ1-19) на стеклянной ножке, погруженный в подающий сосуд. Диапазон рабочих температур $-60 - +300$ °С. Датчик подключен к компьютеру через USB-порт.

Перепад давления на капилляре измеряется при помощи датчика дифференциального давления Duuer (модель 616-6). Датчик имеет заводскую калибровку и позволяет измерять перепады давления в диапазоне 0–100 дюймов водяного столба с точностью $\pm 0,25\%$. К измерительной системе датчик подключается по схеме токовой петли, т.е. в зависимости от перепада давления изменяется сила тока, протекающего между измерительными разъемами через тестовый резистор, на котором измеряется перепад напряжения. Данные через аналогово-цифровой преобразователь фирмы L-card (модель E14-440) передаются на компьютер.

Методика проведения эксперимента

Подготовка и проведение экспериментов требуют аккуратности, длительной и тщательной подготовки. Заполняя установку жидкостью, необходимо обеспечить отсутствие пыли, примесей и пузырьков. Любые перемещения сосудов, а также процесс перекрытия кранов вызывают незначительное движение жидкости внутри системы. Для исключения погрешностей, связанных с подобными перетоками, необходимо дождаться стабильности показания весов и датчика давления.

В процессе эксперимента с периодичностью 30 с в принимающем сосуде производили измерения массы жидкости, что позволяет определить расход жидкости через капилляр. Предел измерения весов HR-200 составляет 210 г. С учетом веса сосуда и небольшого количества воды максимальный объем жидкости, прошедшей через капилляр, составляет ~100 г.

Показания датчика давления записывались 10 раз в секунду, а температура в подающей емкости измерялась 1 раз в секунду.

Обработка результатов

Для автоматизации обработки данных на языке PYTHON написана программа, которая считывает полученные текстовые файлы, синхронизирует данные измерений по времени, усредняет их, удаляет "шум".

Перепад давления на капилляре рассчитывается по формуле, полученной из паспортных значений датчика давления:

$$\Delta P = (V - V_0) \cdot 3119,851, \quad (12)$$

где V – падение напряжения на тестовом резисторе, а V_0 – падение напряжения на тестовом резисторе при отсутствии перепада давления.

Скорость изменения массы (массовый расход) прошедшей через капилляр жидкости определяется по формуле:

$$Q_m = \frac{(M(t_i) - M(t_{i-1}))}{(t_i - t_{i-1})}, \quad (13)$$

где $M(t)$ – масса принимающей емкости в моменты времени t_i и t_{i-1} соответственно.

Объемный расход рассчитывается как

$$Q = \frac{Q_m}{\rho}. \quad (14)$$

причём учитывается зависимость плотности флюидов от температуры.

Средняя скорость течения рассчитывается как

$$\bar{v} = \frac{Q}{(\pi \cdot r^2)}, \quad (15)$$

где r – радиус капилляра.

Обработка полученных данных и представление результатов эксперимента производятся с помощью программы Microsoft Excel.

Результаты эксперимента

В качестве экспериментальных флюидов использовались дистиллированная вода и минеральное моторное масло LUKOIL STANDARD SAE 10W-40 API SF/CC MINERAL. Реологические характеристики масла исследовались на ротационном вискозиметре «Реотест 2.1». Определено, что в широком диапазоне скоростей сдвига масло проявляет себя как ньютоновская жидкость, а зависимость вязкости от температуры с достаточной точностью интерполируется параболической зависимостью:

$$\mu = 287,9 - 17,6 \cdot (T - 18) + 0,555 \cdot (T - 18)^2, \quad (16)$$

где T – температура в градусах Цельсия. Измерения проводились в диапазоне температур 18–32 °С.

Плотность масла в зависимости от температуры измерялась ареометром АНТ-2 ГОСТ 18481-81, и её можно с хорошей точностью интерполировать линейной зависимостью:

$$\rho = 0,883 - 0,0006 \cdot T. \quad (17)$$

Обсуждение полученных данных

В экспериментах измерялись зависимости массы прошедшей через капилляр жидкости от времени и перепада давления на концах капилляра. Типичные для экспериментов данные приведены на рис. 3.

По полученным данным рассчитана нормализованная константа трения и проведено сравнение с результатами измерений других исследователей в зависимости от числа Рейнольдса (рис. 4). На график нанесены точки, усредненные по времени для каждого эксперимента.

Как и следовало ожидать, представленные авторами данные в значительной мере отличаются от теоретически предсказанных. При проведении измерений была отмечена зависимость результатов измерений от неконтролируемых внешних факторов. Так, отме-

чались пульсации расхода прошедшей через капилляр жидкости и перепада давления на нем (рис. 5) при, казалось бы, стабильных внешних факторах.

Нормализованная константа трения в зависимости от времени ведет себя также неустойчиво (рис. 6). Полученные данные показывают, что ни в один момент времени изучаемое течение жидкости через капилляр не может считаться стационарным.

Основные характеристики потока постоянно меняются в зависимости от времени, причиной чего могут быть разные факторы. Микроскопическое наблюдение за структурой потока показывает, что, несмотря на принимаемые меры предосторожности, «грязь» в жидкости, двигающейся через капилляр, всегда присутствует. И даже при очень длительном эксперименте (более 7 ч) в жидкости, проходящей через капилляр, наблюдаются вкрапления другой фазы – либо жидкости, либо газа. Кроме этого, отмечается зависимость параметров потока от внешних звуков, вибрации и прочих воздействий.

В ряде работ, обзор которых приведен в [2], высказывается предположение, что экспериментальная система ведет себя аналогично электромагнитному колебательному контуру и в любой экспериментальной установке можно найти и определить понятия емкости, сопротивления и индуктивности. Действительно, тогда экспериментальная установка должна работать как колебательный контур и усиливать те возмущения, которые соответствуют её резонансу. Следовательно, возможна постановка вопроса об устойчивости (не только гидродинамической) поведения таких систем, а также о восприимчивости подобных систем к внешним возмущениям.

Заключение

Экспериментально показано отсутствие стационарного течения жидкости через капилляр в лабораторной экспериментальной установке при использовании реальных (с обычными «загрязнениями», загазованностью и пр.) жидкостей. Отмечается обычное для таких экспериментов расхождение экспериментальных данных и теоретических предсказаний. Зафиксирована зависимость результатов экспериментов от различных неконтролируемых факторов, таких как «грязь» в потоке, звук, вибрации и пр.

Исходя из этого, закономерно предположить, что исследуемая система не устойчива по отношению к ряду возмущений в целом, а одним из возможных и наиболее сильных источников возмущения является неизбежная в любой жидкости «грязь».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Papautsky I., Ameen T., Frazier A.B.* A review of laminar single-phase flow in microchannels // 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 11-16, New York, NY. 2001. P. 3067–3075.
2. *Sharp K.V., Adrian R.J., Santiago J.G., Molho J.I.* Liquid flows in microchannels // MEMS Hand Book: Introduction and fundamentals. 2nd ed. NY: Taylor & Francis Group, 2005. P. 10-1–10-45.
3. *Jyh-tong Teng, Jiann-Cherng Chu, Chao Liu et al.* Fluid dynamics in microchannels // Fluid dynamics, computational modeling and applications. InTech, 2012. P. 403–436.
4. *Ребров Е.В.* Режимы двухфазного течения в микроканалах // Теорет. основы хим. технологии. 2010. Т. 44, № 4. С. 371–383.
5. *White F.M.* Fluid mechanics. 3rd ed. McGraw Hill; NY, 1994.
6. *Hartnett J.P., Kostic M.* Heat transfer to Newtonian and non-Newtonian fluids in rectangular ducts // Adv. Heat Transfer. 1989. Vol. 19. P. 247–356.
7. *Dai Z., Zheng Z., Fletcher D.F., Haynes B.S.* Experimental study of transient behaviour of laminar flow in zigzag semi-circular microchannels // Exp. Therm. Fluid Sci. 2015. Vol. 68. P. 644–651.
8. *Pelevi N., Th.H. van der Meer Th. H.* Heat transfer and pressure drop in microchannels with random roughness // Int. J. Therm. Sci. 2016. Vol. 99. P. 125–135.
9. *Baomin Dai, Minxia Li, Yitai Ma.* Effect of surface roughness on liquid friction and transition characteristics in micro- and mini-channels // Appl. Therm. Eng. 2014. Vol. 67. P. 283–293.

ПРИЛОЖЕНИЕ

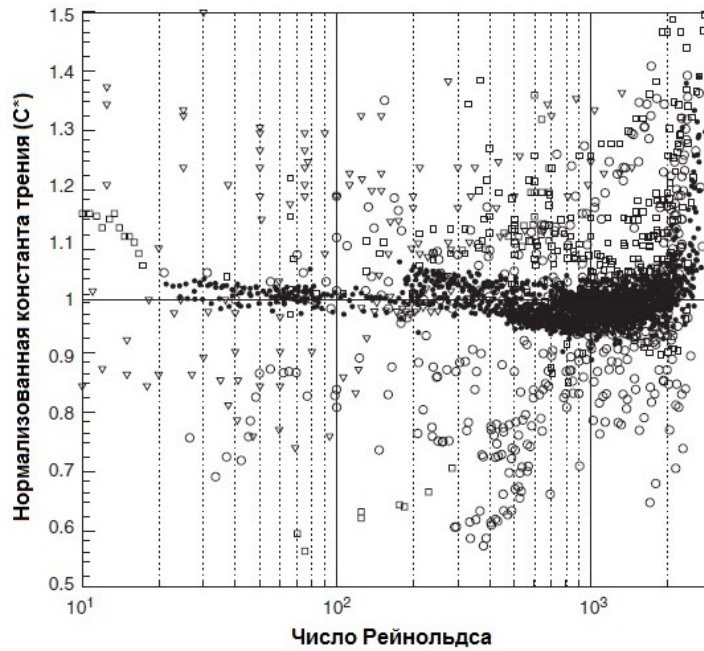


Рис. 1. Зависимость нормализованной константы трения (C^*) от числа Рейнольдса (Re) по литературным данным [2]. Символы обозначают геометрию канала. Значения (•) – круглые микроканалы: Sharp & Adrian, (2004); (○) – круглые микроканалы: Yu *et al.* (1995); Choi *et al.* (1991); Judy *et al.* (2002); Mala & Li (1999); (Δ) – трапециевидные микроканалы: Pfahler *et al.* (1991); Flockhart & Dhariwal (1998); Wilding *et al.* (1994); Qu *et al.* (2000); (□) – прямоугольные микроканалы: Pfahler *et al.* (1991); Pfahler *et al.* (1990); Parautsky *et al.* (1999); Pfund *et al.* (2000); Celata *et al.* (2002); Liu & Garimella (2004); Hsieh *et al.* (2004)

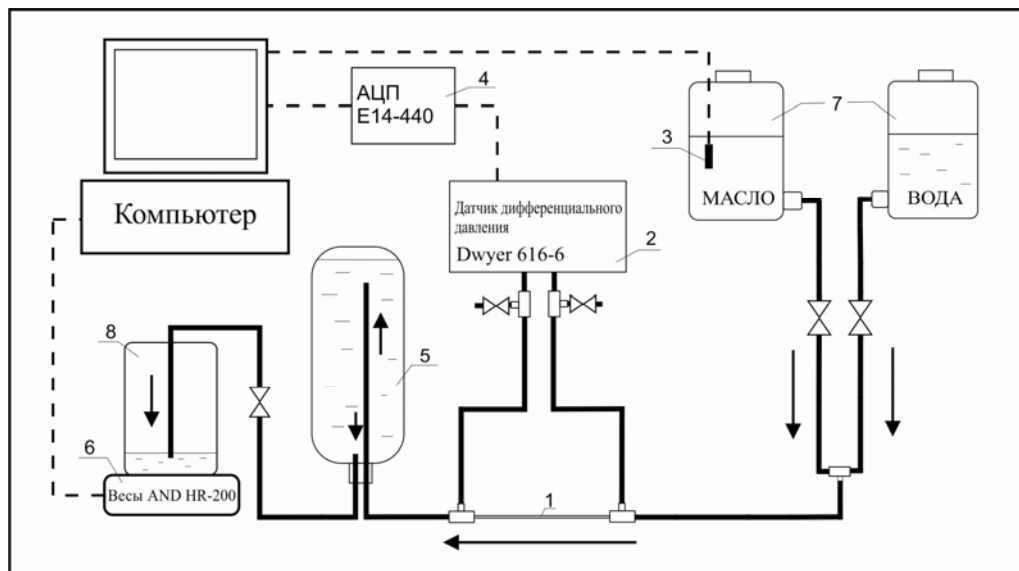


Рис. 2. Схема экспериментальной установки: 1 – капилляр; 2 – датчик дифференциального давления; 3 – датчик температуры; 4 – аналогово-цифровой преобразователь; 5 – сепаратор; 6 – электронные весы; 7 – подающие сосуды; 8 – принимающий сосуд

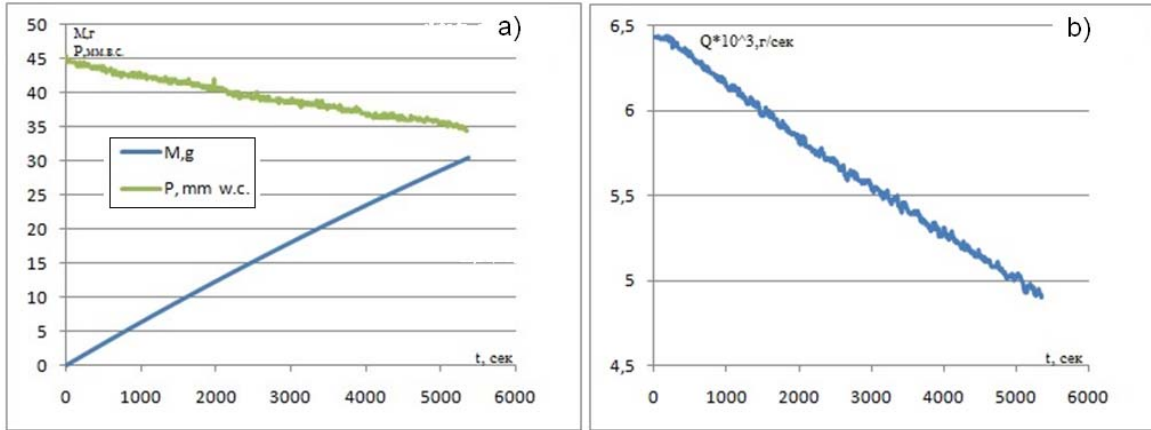


Рис. 3. Зависимость массы прошедшей через капилляр жидкости и перепада давления на капилляре (а) и расхода жидкости через капилляр (б) от времени при значениях числа Рейнольдса $9,1 < Re < 11,6$

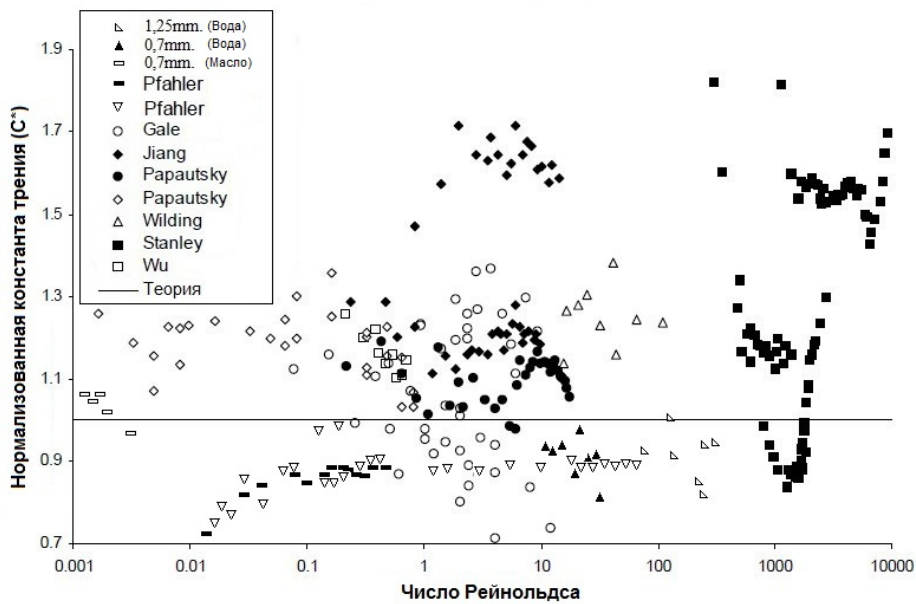


Рис. 4. Сопоставление экспериментальных значений нормализованной константы трения для движения воды и масла в цилиндрических капиллярах [1] с теоретическим значением $C^*=1$

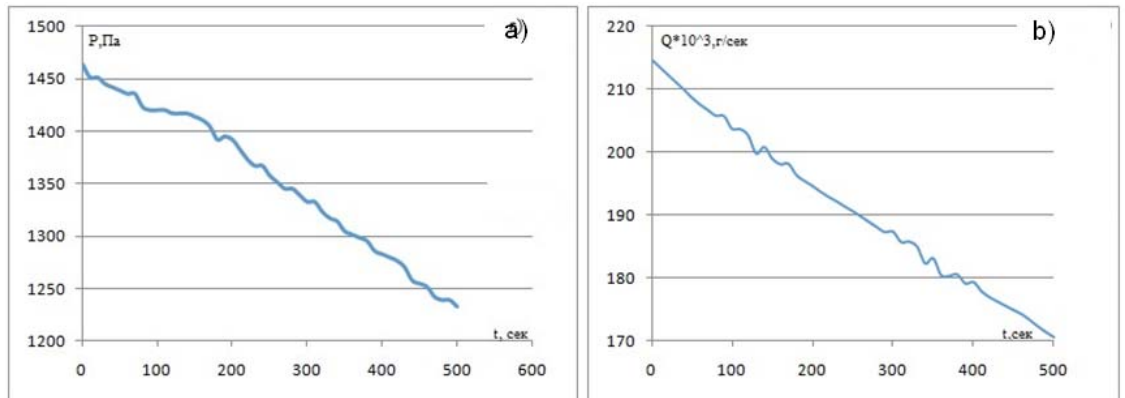


Рис. 5. Зависимость перепада давления (а) и расхода жидкости через капилляр (б) от времени при значениях числа Рейнольдса $174 < Re < 208$

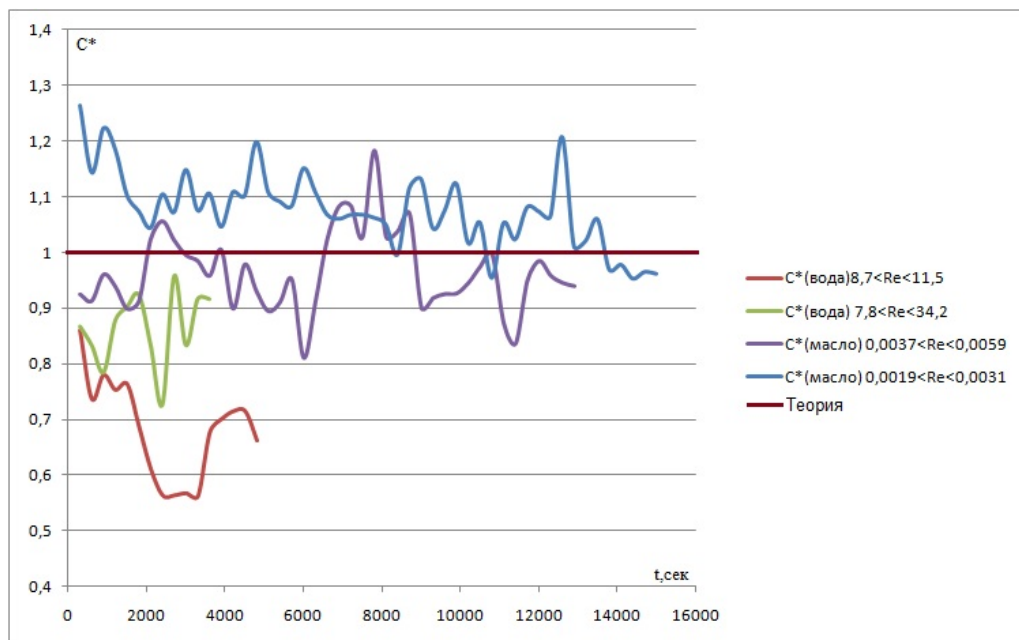


Рис. 6. Зависимость нормализованной константы трения C^* от времени для экспериментов с водой и маслом при разных числах Рейнольдса